

**M970 – ESAME DI STATO DI ISTITUTO TECNICO PER GEOMETRI**

CORSO DI ORDINAMENTO E P.N.I.

**Indirizzo:** GEOMETRI

**Tema di:** TOPOGRAFIA

Della particella pentagonale ABCDE, con lati a pendenza costante, sono note le coordinate piano-altimetriche dei vertici, rispetto ad un sistema di coordinate cartesiane ortogonali:

VERTICI	ASCISSE	ORDINATE	QUOTE
A	258.75 m	208.80 m	115.37 m
B	388.60 m	75.40 m	109.28 m
C	210.20 m	- 65.45 m	99.01 m
D	50.35 m	36.25 m	105.69 m
E	73.10 m	148.70 m	110.28 m

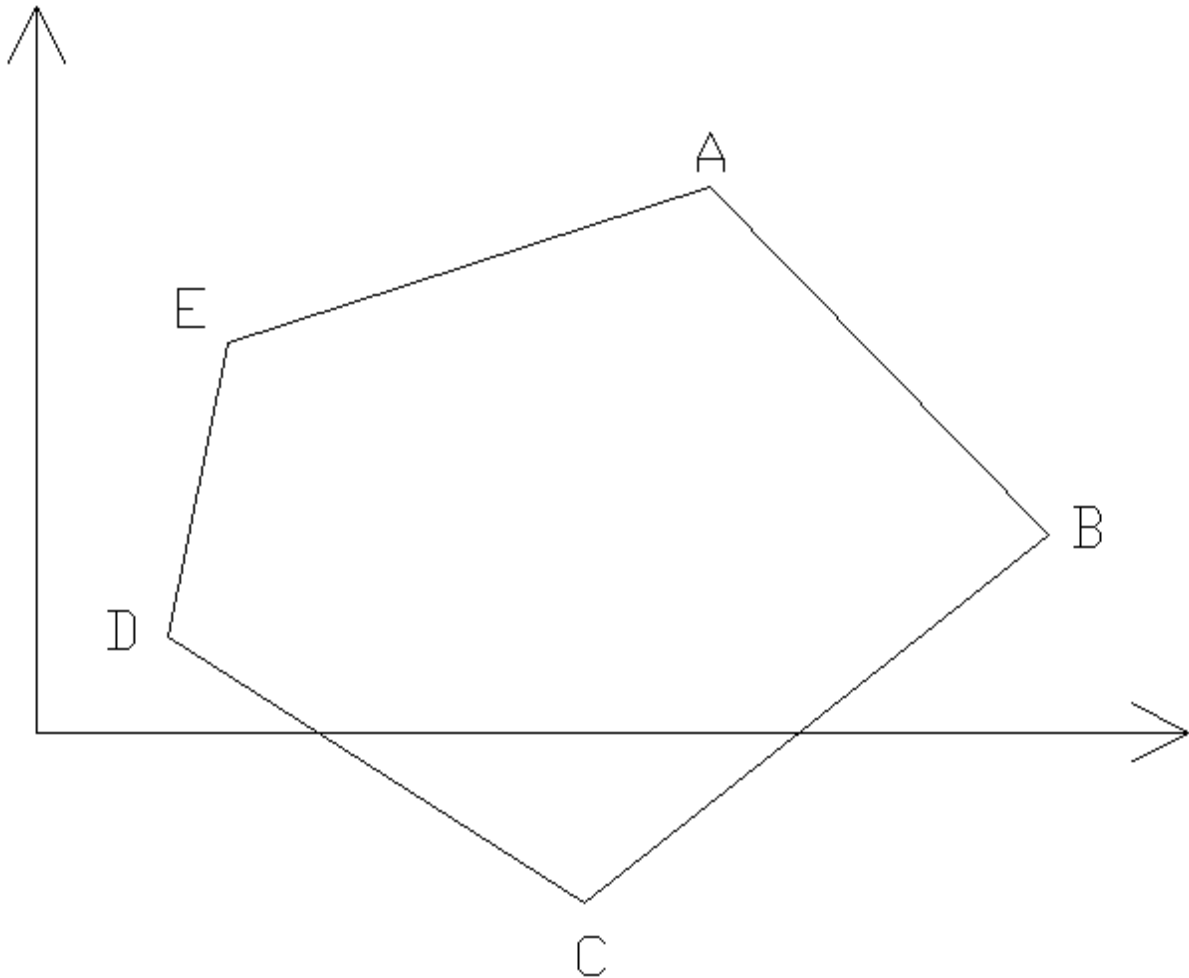
Dovendosi effettuare una compravendita di una porzione di terreno identificato da tale particella e successivamente inserire una strada tra i due terreni formati, il candidato:

- 1) Frazioni la particella in due parti, con dividente parallela al lato AB, staccando un'area pari ad  $\frac{1}{4}$  dell'area totale, verso AB.
- 2) Detti M ed N rispettivamente gli estremi della dividente su AE e su BC, ne determini le coordinate planimetriche e le quote.
- 3) Inserisca una curva monocentrica tangente ai tre rettifili ED, EM, ed MN individuando il valore del raggio e la posizione dei punti di tangenza (T1 su ED, T2 su EM e T3 su MN).
- 4) Realizzi il profilo longitudinale in corrispondenza dei picchetti D, T1, T2, T3, N, dopo avere inserito una livelletta di compenso con pendenza pari al 2%, in salita da D ad N, e determini le quote rosse e le quote dei punti di passaggio.

Inoltre il candidato rappresenti la planimetria della particella al termine dei lavori in scala 1 : 2000 e il profilo longitudinale completo del tratto di strada in scala 1 : 1000 / 1 : 100.

## RISOLUZIONE

Con le coordinate date dal testo si disegna il pentagono ABCDE nella scala 1: 2000 .



Calcolo azimut e distanze

$$\operatorname{tg}(AB) = \frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A} = \frac{388,60 - 258,75}{75,40 - 208,80} = -0,97338976$$

$$(AB) = 150,8584 \text{ gon} \quad (BA) = 350,8584 \text{ gon}$$

$$AB = \frac{X_B - X_A}{\operatorname{sen}(AB)} = \frac{388,60 - 258,75}{\operatorname{sen}150,8584} = 186,163 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg}(BC) = \frac{X_C - X_B}{Y_C - Y_B} = \frac{210,20 - 388,60}{-65,45 - 75,40} = 1,266594085$$

$$(BC) = 257,4536 \text{ gon} \quad (CB) = 57,4536 \text{ gon}$$

$$BC = \frac{X_C - X_B}{\operatorname{sen}(BC)} = \frac{210,20 - 388,60}{\operatorname{sen}257,4536} = 227,300 \text{ m}$$

$$\operatorname{tg}(CD) = \frac{X_D - X_C}{Y_D - Y_C} = \frac{50,35 - 210,20}{36,25 + 65,45} = -1,571777546$$

$$(CD) = 336,0727 \text{ gon} \quad (DC) = 136,0727 \text{ gon}$$

$$CD = \frac{X_D - X_C}{\text{sen}(CD)} = \frac{50,35 - 210,20}{\text{sen}336,0727} = 189,460 \text{ m}$$

$$\text{tg}(DE) = \frac{X_E - X_D}{Y_E - Y_D} = \frac{73,10 - 50,35}{148,70 - 36,25} = 0,202312752$$

$$(DE) = 12,7081 \text{ gon} \quad (ED) = 212,7081 \text{ gon}$$

$$DE = \frac{X_E - X_D}{\text{sen}(DE)} = \frac{73,10 - 50,35}{\text{sen}12,7081} = 114,728 \text{ m}$$

$$\text{tg}(EA) = \frac{X_A - X_E}{Y_A - Y_E} = \frac{258,75 - 73,10}{208,80 - 148,70} = 3,08902207$$

$$(EA) = 80,0687 \text{ gon} \quad (AE) = 280,0687 \text{ gon}$$

$$EA = \frac{X_A - X_E}{\text{sen}(EA)} = \frac{258,75 - 73,10}{\text{sen}80,0687} = 195,136 \text{ m}$$

Si calcola l'area S del poligono ABCDE applicando la formula di Gauss

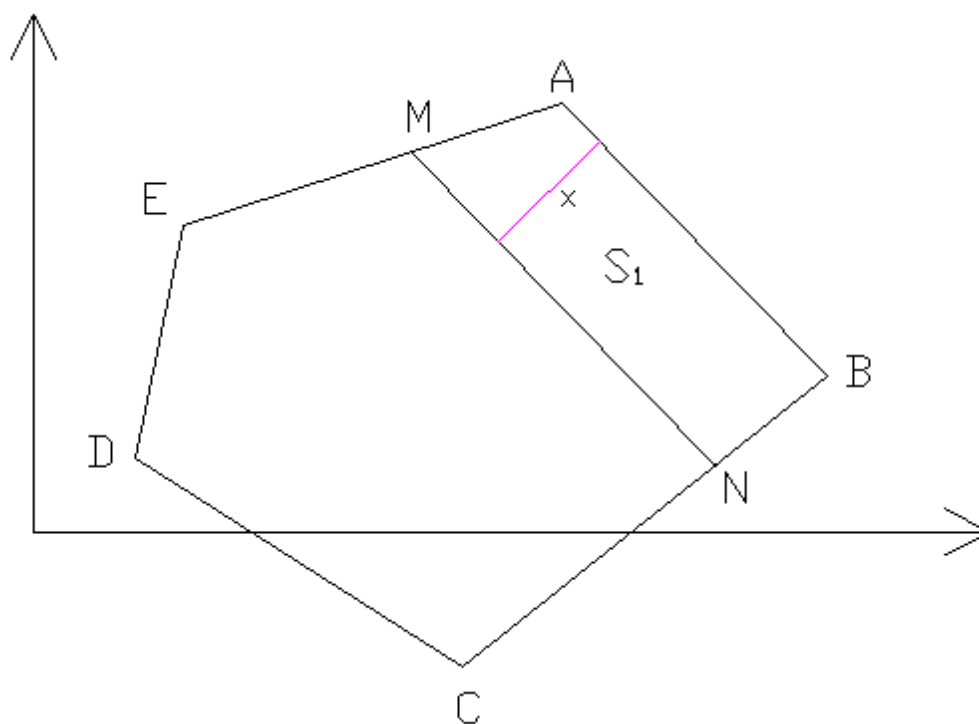
$$2S = (Y_A + Y_B)(X_B - X_A) + (Y_B + Y_C)(X_C - X_B) + (Y_C + Y_D)(X_D - X_C) + (Y_D + Y_E)(X_E - X_D) + (Y_E + Y_A)(X_A - X_E)$$

$$2S = 110379,398 \text{ mq}$$

$$S = 55186,699 \text{ mq}$$

Calcolo area parziale

$$S_1 = S / 4 = 55186,699 / 4 = 13796,675 \text{ mq}$$



$$EAB = (AE) - (AB) = 280,0687 - 150,8584 = 129,2103 \text{ gon}$$

$$ABC = (BA) - (BC) = 350,8584 - 57,4536 = 93,4048 \text{ gon}$$

Per trovare la posizione della dividente si applica la formula del trapezio , avendo indicato con x l'altezza del trapezio

$$a x^2 - b x + c = 0 \quad \text{dove}$$

$$a = \cotg EAB + \cotg ABC = \cotg 129,2102 + \cotg 93,4048 = -0,39$$

$$b = 2 AB = 2 * 186,163 = 372,326 \text{ m}$$

$$c = 2S_1 = 2 * 13796,675 = 27593,35 \text{ mq}$$

$$\text{Le soluzioni sono } x_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 = -1023,788$$

$$x_2 = 69,108 \text{ m}$$

Essendo le distanze positive la soluzione esatta è la seconda  $x_2 = 69,108 \text{ m}$

$$AM = \frac{x}{\sin EAB} = \frac{69,108}{\sin 129,2102} = 77,080 \text{ m}$$

$$BN = \frac{x}{\sin ABC} = \frac{69,108}{\sin 93,4048} = 69,481 \text{ m}$$

$$(AM) = (AE) = 280,0687 \text{ gon}$$

$$X_M = X_A + AM \sin (AM) = 258,75 + 77,080 \sin 280,0687 = 185,417 \text{ m}$$

$$Y_M = Y_A + AM \cos (AM) = 208,80 + 77,080 \cos 280,0687 = 185,060 \text{ m}$$

$$(BN) = (BC) = 257,4536 \text{ gon}$$

$$X_N = X_B + BN \sin (BN) = 388,60 + 69,481 \sin 280,0687 = 334,067 \text{ m}$$

$$Y_N = Y_B + BN \cos (BN) = 75,40 + 69,481 \cos 280,0687 = 32,345 \text{ m}$$

Calcolo pendenze

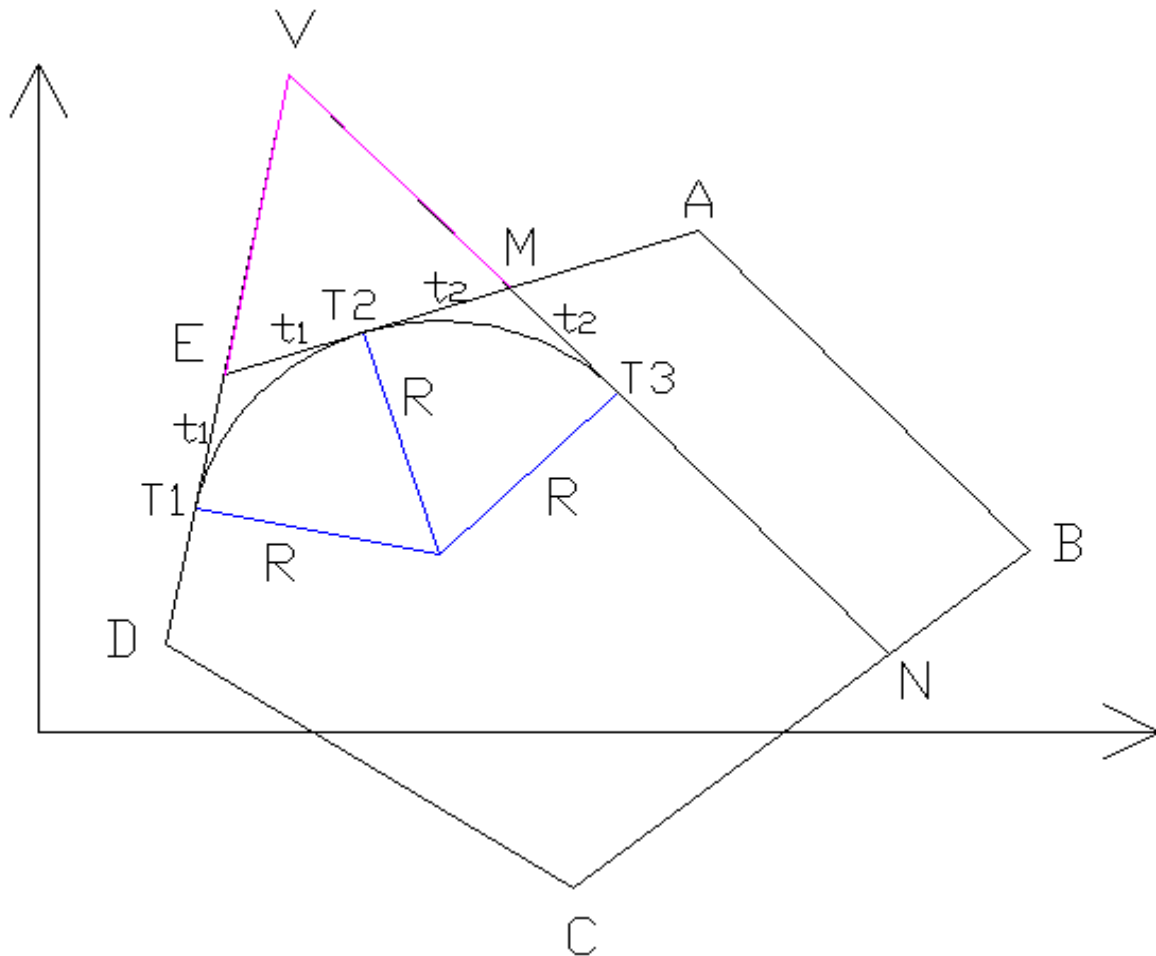
$$p_{AE} = \frac{Q_E - Q_A}{AE} = \frac{110,28 - 115,28}{195,136} = -0,026084371$$

$$p_{BC} = \frac{Q_C - Q_B}{BC} = \frac{99,01 - 109,28}{227,300} = -0,049541726$$

$$Q_M = Q_A + p_{AE} AM = 115,37 - 0,02608 * 77,080 = 113,360 \text{ m}$$

$$Q_N = Q_B + p_{BC} BN = 109,28 - 0,049542 * 69,481 = 105,838 \text{ m}$$

Calcolo elementi triangolo VEM per determinare il raggio curva circolare



$$EM = EA - AM = 195,136 - 77,080 = 118,056 \text{ m}$$

$$(EV) = (DE) = 12,7081 \text{ gon}$$

$$VEM = (EA) - (EV) = 80,0687 - 12,7081 = 67,3606 \text{ gon}$$

$$(MV) = (NM) = (BA) = 350,8584 \text{ gon}$$

$$(ME) = (AE) = 280,0687 \text{ gon}$$

$$VME = (MV) - (ME) = 350,8584 - 280,0687 = 70,7897 \text{ gon}$$

$$MVE = (VE) - (VM) = 212,7081 - 150,8584 = 61,8497 \text{ gon}$$

$$EV = \frac{EM \cdot \sin VME}{\sin MVE} = 128,181 \text{ m}$$

$$VM = \frac{EM \cdot \sin VEM}{\sin MVE} = 124,586 \text{ m}$$

$$p = (EM + EV + VM) / 2 = 185,4115 \text{ m}$$

$$SVME = (EV * EM \text{ sen } VEM) / 2 = (128,181 * 118,056 \text{ sen } 67,3606) / 2 = 6593,427 \text{ mq}$$

Il raggio della curva circolare è

$$R = \frac{SVME}{p - EM} = 97,890 \text{ m}$$

$$DEM = (ED) - (EA) = 212,7081 - 80,0687 = 132,6394 \text{ gon}$$

$$EMN = (ME) - (MN) = (AE) - (AB) = 280,0687 - 150,8584 = 129,2103 \text{ gon}$$

Calcolo delle due tangenti

$$t1 = R \cotg \frac{DEM}{2} = 97,890 \cotg 66,3197 = 57,230 \text{ m}$$

$$t2 = R \cotg \frac{EMN}{2} = 97,890 \cotg 64,60515 = 60,825 \text{ m}$$

$$(ET1) = (ED) = 212,7081 \text{ gon}$$

$$ET1 = t1 = 57,230 \text{ m}$$

$$XT1 = XE + ET1 \text{ sen } (ET1) = 73,10 + 57,230 \text{ sen } 212,7081 = 61,752 \text{ m}$$

$$YT1 = YE + ET1 \text{ cos } (ET1) = 148,70 + 57,230 \text{ cos } 212,7081 = 92,606 \text{ m}$$

$$(ET2) = (EA) = 80,0687 \text{ gon}$$

$$ET2 = t2 = 56,978 \text{ m}$$

$$XT2 = XE + ET2 \text{ sen } (ET2) = 73,10 + 57,230 \text{ sen } 80,0687 = 127,548 \text{ m}$$

$$YT2 = YE + ET2 \text{ cos } (ET2) = 148,70 + 57,230 \text{ cos } 80,0687 = 166,326 \text{ m}$$

$$(MT3) = (MN) = (AB) = 150,8584 \text{ gon}$$

$$MT3 = t2 = 60,825 \text{ m}$$

$$XT3 = XM + MT3 \text{ sen } (MT3) = 185,417 + 60,825 \text{ sen } 150,8584 = 227,843 \text{ m}$$

$$YT3 = YM + MT3 \text{ cos } (MT3) = 185,060 + 60,825 \text{ cos } 150,8584 = 141,474 \text{ m}$$

Calcolo quote dei punti di tangenza T1, T2, T3

$$p_{ED} = \frac{QD - QE}{DE} = \frac{105,69 - 110,28}{114,728} = -0,04000767$$

$$p_{EA} = \frac{QA - QE}{EA} = \frac{115,37 - 110,28}{195,136} = 0,026084371$$

$$(MN) = (AB) = 150,8584 \text{ gon}$$

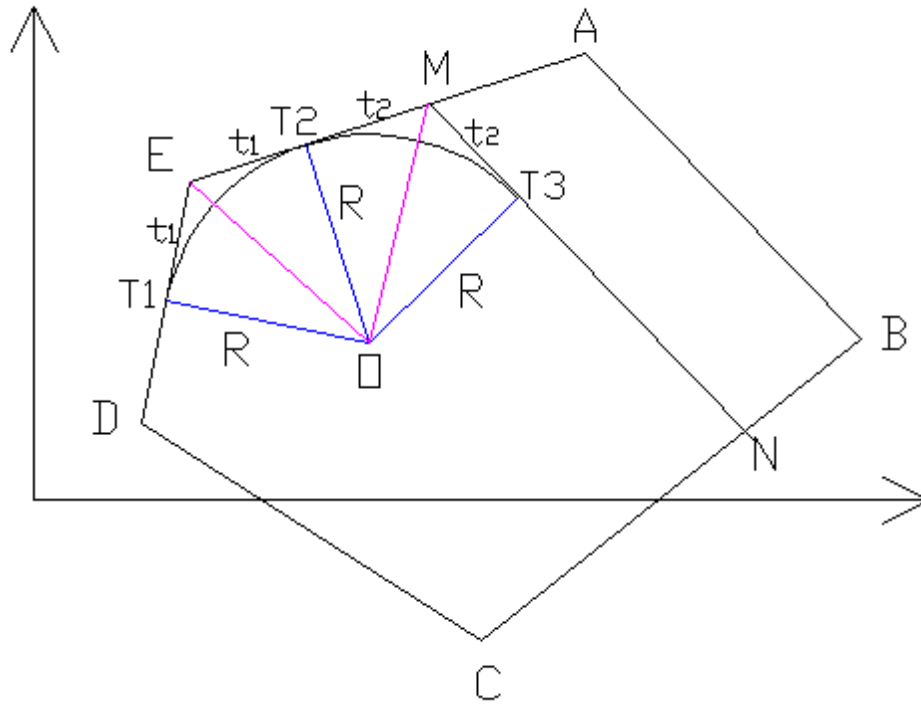
$$MN = \frac{X_N - X_M}{\text{sen}(MN)} = \frac{334,067 - 185,417}{\text{sen } 150,8584} = 213,116 \text{ m}$$

$$p_{MN} = \frac{Q_N - Q_M}{MN} = \frac{105,838 - 113,360}{213,116} = -0,035295332$$

$$QT1 = QE + p_{ED} ET1 = 110,28 - 0,04000767 * 57,230 = 107,990 \text{ m}$$

$$QT_2 = Q_E + p_{EA} ET_2 = 110,28 + 0,026084371 * 57,230 = 111,773 \text{ m}$$

$$QT_3 = Q_M + p_{MN} MT_3 = 113,360 - 0,035295332 * 60,825 = 111,213 \text{ m}$$



Calcolo distanze tra i picchetti

$$DT_1 = ED - t_1 = 114,728 - 57,230 = 57,498 \text{ m}$$

$$DEA = (ED) - (EA) = 212,7081 - 80,0687 = 132,6394 \text{ gon}$$

$$T_1 O T_2 = 200 - DEA = 200 - 132,6394 = 67,3606 \text{ gon}$$

$$\text{arco}T_1 T_2 = \frac{R * \text{PI-GRECO} * T_1 O T_2}{200} = \frac{97,890 * \text{PI-GRECO} * 67,3606}{200} = 103,577 \text{ m}$$

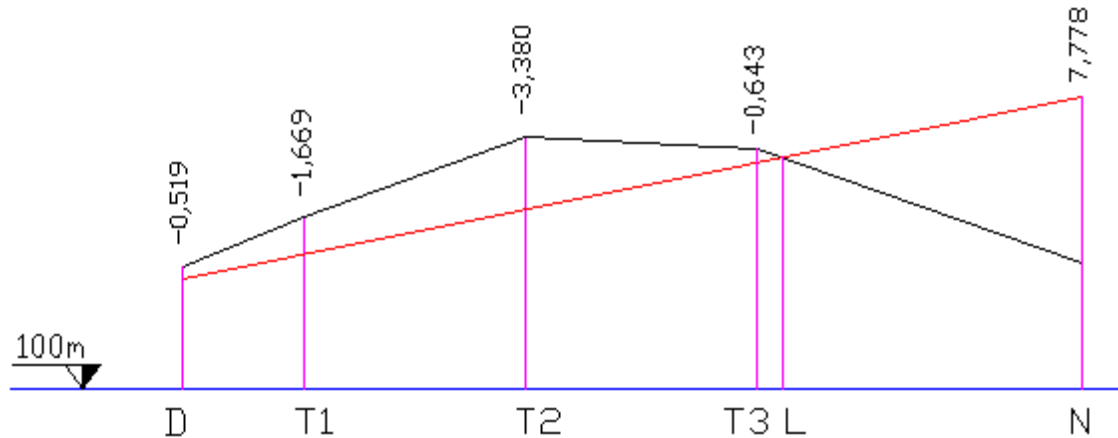
$$EMN = (ME) - (MN) = 280,0687 - 150,8584 = 129,2103 \text{ gon}$$

$$T_2 O T_3 = 200 - EMN = 200 - 129,2103 = 70,7897 \text{ gon}$$

$$\text{arco}T_2 T_3 = \frac{R * \text{PI-GRECO} * T_2 O T_3}{200} = \frac{97,890 * \text{PI-GRECO} * 70,7897}{200} = 108,850 \text{ m}$$

$$T_3 N = MN - t_2 = 213,116 - 60,825 = 152,291 \text{ m}$$

Disegno profilo terreno e livelletta di compenso



Calcolo area **S** compresa tra il profilo e l'asse delle ascisse

$$2S = (Q_D + Q_{T1}) DT1 + (Q_{T1} + Q_{T2}) \text{arco} T1T2 + (Q_{T2} + Q_{T3}) \text{arco} T2T3 + (Q_{T3} + Q_N) T3N =$$

$$= (105,69 + 107,990) 57,498 + (107,990 + 111,773) 103,577 + (111,773 + 111,213) 108,850 +$$

$$+ (111,213 + 105,838) 152,291 = 92375,50 \text{ mq}$$

$$S = 46187,75 \text{ mq}$$

$$DN = DT1 + \text{arco} T1T2 + \text{arco} T2T3 + T3N = 57,498 + 103,577 + 108,850 + 152,291 = 422,216 \text{ m}$$

Indicando con  $Q_{pD}$  e  $Q_{pN}$  le quote di progetto iniziali e finali della livelletta di compenso si ricava dal manuale le seguenti formule

$$2 Q_{pD} = \frac{2S}{DN} - p * DN = \frac{92375,50}{422,216} - 0,02 * 422,216 = 210,343 \text{ m}$$

$$Q_{pD} = 105,171 \text{ m}$$

$$2 Q_{pN} = \frac{2S}{DN} + p * DN = \frac{92375,50}{422,216} + 0,02 * 422,216 = 227,232 \text{ m}$$

$$Q_{pN} = 113,616 \text{ m}$$

$$Q_{pT1} = Q_{pD} + 0,02 * 57,498 = 106,321 \text{ m}$$

$$Q_{pT2} = Q_{pT1} + 0,02 * 103,577 = 108,393 \text{ m}$$

$$Q_{pT3} = Q_{pT2} + 0,02 * 108,850 = 110,570 \text{ m}$$



Calcolo quote rosse

$$r_D = Q_{pD} - Q_D = 105,171 - 105,69 = - 0,519 \text{ m}$$

$$r_{T1} = Q_{pT1} - Q_{T1} = 106,321 - 107,990 = - 1,669 \text{ m}$$

$$r_{T2} = Q_{pT2} - Q_{T2} = 108,393 - 111,773 = - 3,380 \text{ m}$$

$$r_{T3} = Q_{pT3} - Q_{T3} = 110,570 - 111,213 = - 0,643 \text{ m}$$

$$r_N = Q_{pN} - Q_N = 113,616 - 105,838 = 7,778 \text{ m}$$

Calcolo quote punto di passaggio L ( le quote rosse vanno considerate in valore assoluto )

$$NL = \frac{r_N}{r_N + r_{T3}} * NT3 = \frac{7,778}{7,778 + 0,643} * 152,291 = 140,663 \text{ m}$$

$$Q_L = Q_{pN} - 0,02 * NL = 113,616 - 0,02 * 140,663 = 110,803 \text{ m}$$