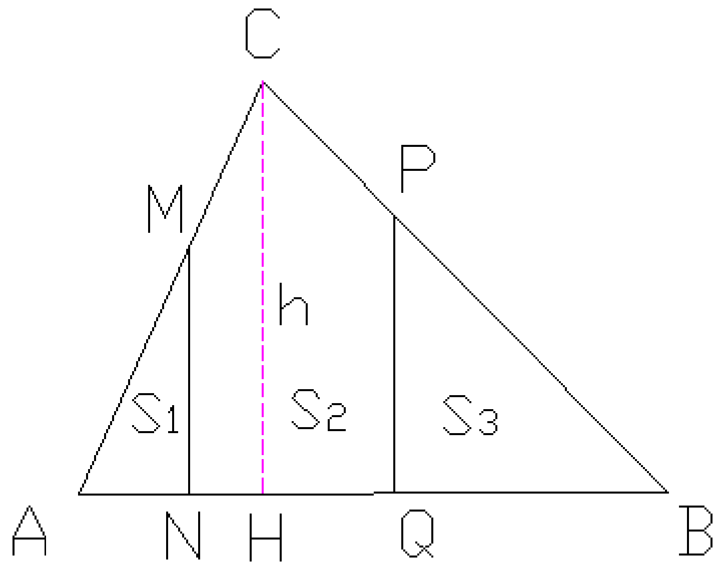
DIVISIONE DI UN TRIANGOLO CON DIVIDENTI PERPENDICOLARI AD UN LATO

Il terreno avente forma triangolare deve essere diviso con due dividenti perpendicolari alla base AB in 3 parti proporzionali ai coefficienti numerici n_1 , n_2 , n_3 . Per risolvere questi problemi devono essere noti gli elementi necessari a risolvere la figura . Pertanto si avrà

NOTI : 3 elementi , ad esempio i tre lati ed i coefficienti di proporzionalità n_1 , n_2 , n_3

INCOGNITE : i punti che individuano la posizione delle dividenti e ciò avviene calcolando AN, AM, BQ , BP



Si calcola l'area del triangolo ABC applicando la formula di Erone

$$p = \frac{AB + BC + CA}{2}$$

$$S_{ABC} = \sqrt{p\,(p - AB)\,(p - BC)\,(p - CA)}$$

Successivamente si calcolano le tre aree parziali con le seguenti formule :

$S_1 = \frac{n_1 \times S}{N}$ $\quad S_2 = \frac{n_2 \times S}{N}$ $\quad S_3 = \frac{n_3 \times S}{N}$ $\quad$ dove $N = n_1 + n_2 + n_3$

Si traccia l'altezza CH che divide il triangolo ABC in due triangoli rettangoli AHC e HBC .Si calcola l'altezza h e l'area dei triangoli rettangoli . Infatti essendo

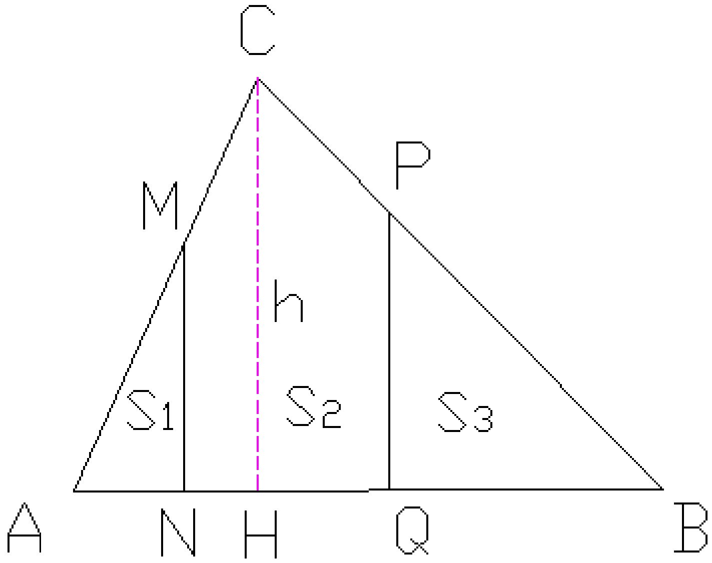
$S = \frac{AB \times h}{2}$ $\quad h = \frac{2\,S}{AB}$

$AH = \sqrt{AC^2 - h^2}$ $\quad HB = \sqrt{BC^2 - h^2}$

$S_{AHC} = \frac{AH \times h}{2}$ $\quad S_{HBC} = \frac{BC \times h}{2}$

Per calcolare la posizione della prima dividente bisogna vedere dove si trova la dividente confrontando l'area S1 con l'area SAHC

1) Se S1 < SAHC la dividente MN interseca il lato AC



In questo caso si osserva che i triangoli AHC e ANM , avendo i tre angoli uguali , sono simili e pertanto hanno le aree proporzionali ai quadrati dei lati corrispondenti

$S_1 : S_{AHC} = AN^2 : AH^2$

$AN^2 = \dfrac{S_1 \times AH^2}{S_{AHC}}$

$AN = AH \sqrt{\dfrac{S_1}{S_{AHC}}}$

In maniera analoga si calcola AM

$S_1 : S_{AHC} = AM^2 : AC^2$

$AM^2 = \dfrac{S_1 \times AC^2}{S_{AHC}}$

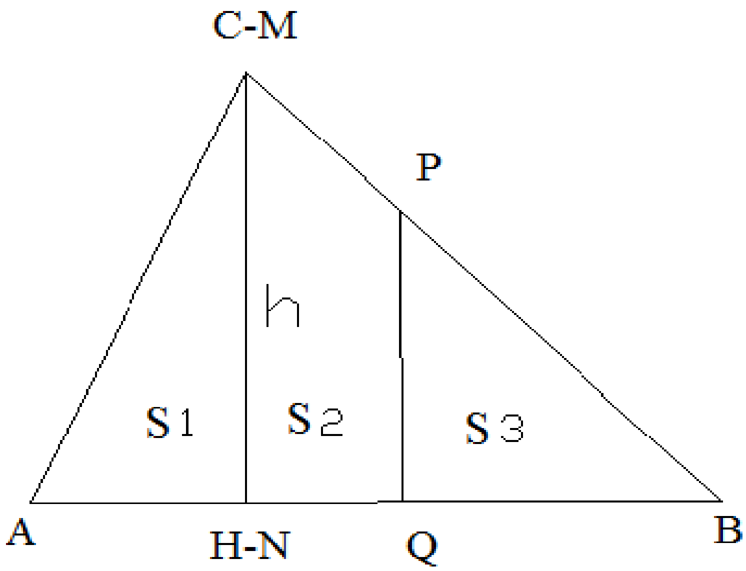
$AM = AC \sqrt{\dfrac{S_1}{S_{AHC}}}$

Se (S1 + S2) > SAHC la seconda dividente interseca il lato BC e poiché triangoli HBC e QBP sono simili , avendo i tre angoli uguali si ripete il ragionamento fatto precedentemente e si ha

$BQ = BH \sqrt{\dfrac{S_3}{S_{HBC}}}$

$BP = BC \sqrt{\dfrac{S_3}{S_{HBC}}}$

2) Se S1 = SAHC la prima dividente MN coincide con l'altezza CH (vedere figura)



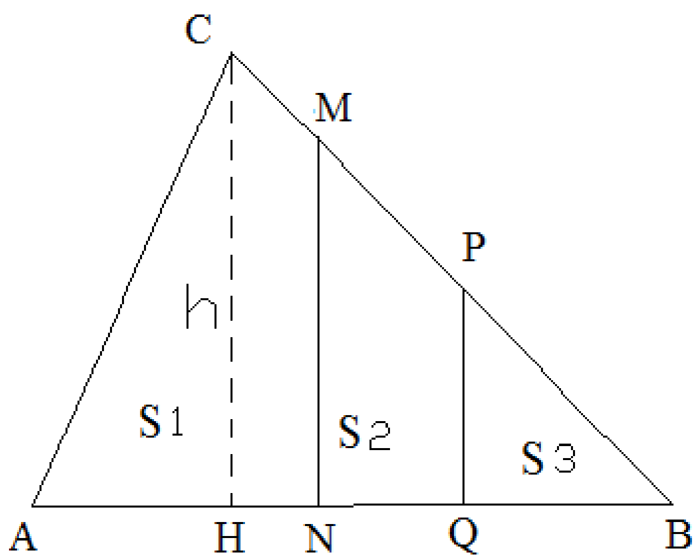
Per il calcolo della dividente PQ si ripete il ragionamento fatto nel precedente caso.

I triangoli HBC e QBP sono simili e hanno le aree proporzionali ai quadrati dei lati corrispondenti.
Si scrive la proporzione e risolvendola si ha

$$BQ = BH \sqrt{\frac{S_3}{S_{HBC}}}$$

$$BP = BC \sqrt{\frac{S_3}{S_{HBC}}}$$

3) Se S1 > SAHC la prima dividente MN interseca il lato BC



In questo caso si considerano inizialmente i triangoli simili QBP e HBC e si calcolano BQ e BP.

$$S3 : S_{HBC} = BQ^2 : BH^2$$

$$BQ^2 = \frac{S_3 \times BH^2}{S_{HBC}}$$

$$BQ = BH \sqrt{\frac{S_3}{S_{HBC}}}$$

Analogamente

$$BP = BC \sqrt{\frac{S_3}{S_{HBC}}}$$

Successivamente si considerano i triangoli simili NBM e HBC e si calcolano BM e BN.

$$(S_3 + S_2) : S_{HBC} = BM^2 : BC^2$$

$$BM^2 = \frac{(S_3 + S_2) \times BC^2}{S_{HBC}}$$

$$BM = BC \sqrt{\frac{S_3 + S_2}{S_{HBC}}}$$

Analogamente

$$BN = BH \sqrt{\frac{S_3 + S_2}{S_{HBC}}}$$